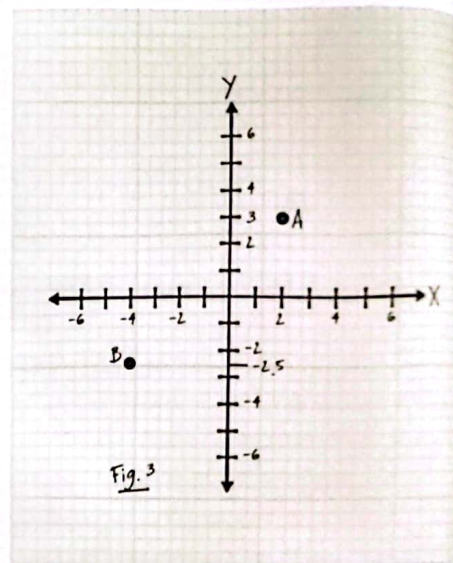
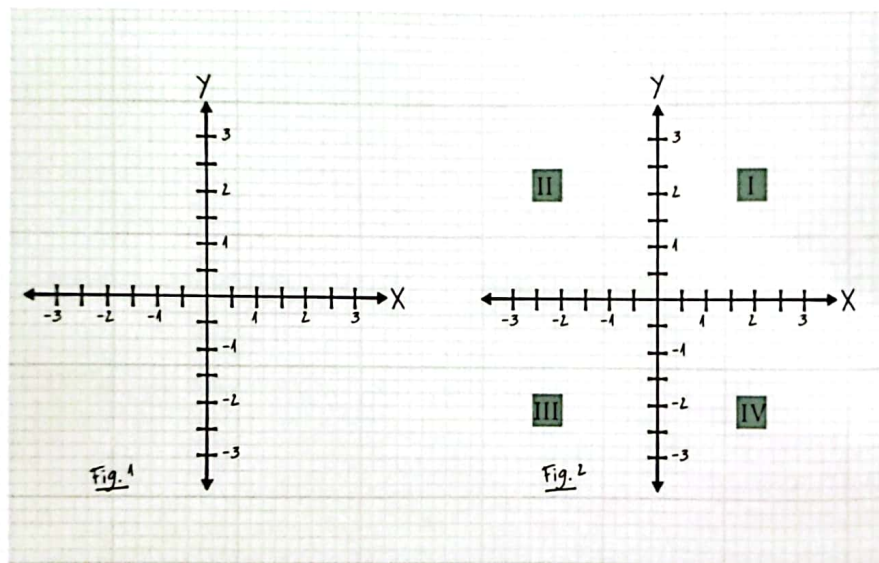


# GRÁFICAS Y COORDENADAS

Las gráficas modernas, como las que se enseñan en los colegios, tienen lo que se conoce como coordenadas cartesianas y se dibujan en el plano cartesiano (estos términos también se conocen como coordenadas rectangulares en el plano rectangular, respectivamente). El conjunto más simple posible de coordenadas rectangulares o cartesianas es un par de líneas perpendiculares numéricas (llamados ejes), con incrementos uniformes.

LEVY, J. (2016). LA CURIOSA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS. EDITORIAL LIBSA, pp 146-147. MADRID.



Esto significa que cada punto en cada eje es una unidad entera de diferencia, y las unidades se separan de forma equitativa. La línea horizontal se conoce como el eje  $x$ , y la vertical, como el eje  $y$ . Las dos líneas de números se intersecan en sus puntos cero y ambas se alargan para incluir puntos numerados negativos de modo que toda la disposición da el cuadrante conocido (Figura 1). A veces los cuadrantes están numerados I, II, III y IV, en sentido antihorario. Cuadrante I es donde tanto  $x$  como  $y$  son positivos; II es donde  $x$  es negativo y  $y$  es positivo; III es donde tanto  $x$  como  $y$  son negativos; y IV es donde  $x$  es positivo y  $y$  es negativo (Figura 2).

## COORDENADAS

Los puntos trazados en coordenadas cartesianas se especifican como pares de números, conocidos como pares ordenados. Por ejemplo, en la figura 3, el punto A está definido por el par ordenado (2,3); el primer número representa el valor en el eje  $x$  (es decir, la longitud del

punto) y el segundo número representa el valor en el eje  $y$  (la altura del punto). Por convención, los números se separan por una coma, pero sin espacios. Se dice que el par está «ordenado» porque el orden es importante: (2,3) no es el mismo punto que (3,2). El punto B tiene dos coordenadas negativas, dando el par ordenado (-4, -2,5). El punto (0,0) se llama el origen.

En general, en un gráfico con los ejes  $x$  e  $y$ , la  $x$  representa la variable independiente y la  $y$  es la variable dependiente, llamado así porque su valor depende del valor de  $x$ . En un par ordenado de valores  $x$  e  $y$ , la coordenada variable independiente (es decir, el valor de  $x$ ) se llama abscisa, y la coordenada variable dependiente (el valor  $y$ ) se llama la ordenada.

## GRÁFICAS SIMPLES

Las gráficas en un plano cartesiano representan una relación entre dos variables. La relación entre  $x$  e  $y$  siempre se puede escribir de manera que  $y$  se exprese

en términos de  $x$ . La Fig. 4 muestra cuatro relaciones simples para ilustrar el punto:

A:  $y = 5$

B:  $y = x + 1$

C:  $y = 2x$

D:  $y = x^2$

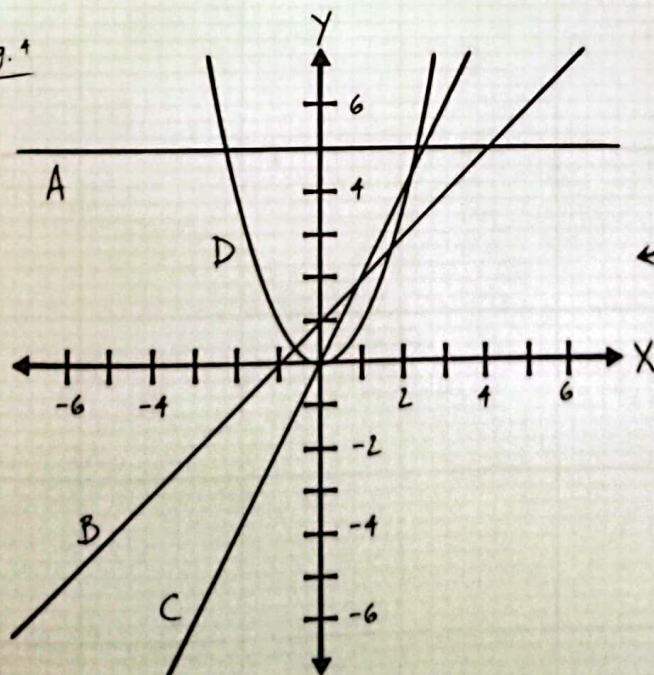
Parece que el primer ejemplo no presenta ninguna  $x$ , pero en realidad es lo mismo que escribir  $y = 5x^0$  porque cualquier cosa a la potencia 0 es 1; en consecuencia, el término redundante se elimina.

Cada una de estas cuatro relaciones define una curva (recordemos que una línea recta se considera un tipo de curva). Para calcular la curva correspondiente a cada relación, todo lo que hay que hacer es calcular el valor de  $y$  que se corresponda con el valor de  $x$  cuando  $x$  crece. En la primera relación, el valor cambiante de  $x$  no tiene efecto sobre el valor de  $y$ , por lo que la relación simplemente describe una línea recta horizontal que corta el eje  $y$  en 5. En la segunda relación,  $y$  es siempre una unidad más alta que  $x$ , de modo que en  $x = 1, y = 2$ , etc. Esto describe una línea recta en un ángulo de  $45^\circ$  que corta el eje  $y$  en 1 y el eje  $x$  en  $-1$ . La tercera relación describe una línea recta con una pendiente mucho más pronunciada (ver p. 160) que pasa por el origen  $(0,0)$ . La cuarta relación describe una curva conocida como una parábola que se apoya en el origen y luego sube a cada lado y es simétrica en torno al eje  $y$ .

## NI INÚTIL NI ABSURDA

La línea numérica que proporciona cada eje de un gráfico cartesiano parece una idea simple y evidente, sin embargo, es sorprendentemente reciente y polémica, ya que hace que los números negativos sean reales, en el mismo sentido que los números contables positivos son reales. Muchos matemáticos y filósofos alegaron con vehemencia que los números negativos eran ficciones absurdas, señalando que es imposible tener algo menor que nada. La línea numérica se mostró por primera vez en una impresión del matemático británico John Wallis en 1685. Este no aceptó inequívocamente los números negativos en general, pero en un pasaje sobre el uso de los negativos en álgebra señaló que «las cantidades negativas no son ni inútiles ni absurdas, cuando se comprenden correctamente». Wallis puso el ejemplo de un hombre que camina hacia delante 5 metros desde el punto A, a continuación retrocede 8 metros, y entonces hacía la pregunta «¿dónde está ahora desde su punto de partida?». La respuesta que Wallis dio fue  $-3$  metros e ilustró el ejemplo con una línea numérica, lo que provocó que su contemporáneo Newton usara rectas numéricas perpendiculares para producir un gráfico cuadrante del tipo ubicuo.

Fig. 4



Las cuatro relaciones (más conocidas como funciones) descritas en el texto.